

ỨNG DỤNG BIÊN TẾ ĐỂ CHỌN LỰA PHƯƠNG ÁN SẢN XUẤT TỐI ƯU

PTS. NGUYỄN VĂN PHÚC

Trong bài này, ta sử dụng những tính chất của biên tế để khảo sát hàm số sản xuất, từ đó chỉ ra các phương pháp đơn giản nhằm đến các mục đích sau đây, trong một doanh nghiệp.

* Tìm phương pháp kết hợp các nhân tố đầu vào, để sản xuất ra một sản lượng q được định trước, sao cho chi phí sản xuất là thấp nhất.

* Với một chi phí sản xuất được định trước, tìm phương pháp kết hợp các nhân tố sản xuất đầu vào, để có sản lượng q cao nhất.

Không mất tính tổng quát, ta có thể xét hàm số sản xuất của một doanh nghiệp dưới dạng:

$$q = f(L, K)$$

Với q : sản lượng

L : Số công nhân

K : máy móc, thiết bị toàn bộ

Trước hết, bằng các phương pháp của kinh lượng học và thống kê toán, ta có thể điều tiết được các hàm sản xuất của doanh nghiệp.

Sau khi có hàm số sản xuất, ta lập bảng kê một số giá trị tùy ý và dùng các tính chất của biên tế để nghiên cứu bảng, từ đó rút ra các kết luận.

Trước khi đi đến các kết luận có tính chất khái quát, ta thử xét hàm số sản xuất, chỉ sản lượng số tờ báo khổ 60 x 84, được in tại Xí nghiệp in Nhân dân, bằng máy in quay tự động (rotative).

Ta tóm tắt công đoạn in với các điều kiện sản xuất như sau:

* Giấy cuộn (mỗi cuộn nặng trung bình 330 kg, bề ngang khổ giấy thường dùng là 86 cm) được nạp sẵn vào trục quay trong trạng thái sẵn sàng để in (đối với cuộn thứ 1).

* Bản kẽm được phơi theo đúng tiêu chuẩn và được bắt vào phòng kẽm đối với bản kẽm thứ 1, mỗi bản kẽm in tối đa được 30.000 tờ.

* Số cuộn giấy và bản kẽm dự trữ được chuẩn bị sẵn sàng để công nhân thay khi cần thiết. (bản kẽm do công nhân in trực tiếp thay, còn cuộn giấy có 1 người phụ để thay).

* Mục in vừa tra tự động, vừa điều chỉnh bằng tay.

* Tốc độ máy in là 17.000 tờ/giờ, thời gian sản xuất một ngày là 8 giờ.

Trong điều kiện sản xuất trên, theo dõi số liệu tại phòng kỹ thuật sản xuất (Nhà in Nhân dân) trong 3 tháng 7, 8, 9/1991, ta điều tiết được hàm số sản xuất là

$$q = f(L, K) \\ = 141,4 \sqrt{LK}$$

Trong đó:

q chỉ số lượng tờ báo được in, đơn vị tính là "ngàn tờ".

L chỉ số thợ in

K chỉ số máy in được sử dụng

Ta lập một bảng giá trị cho hàm này như sau:

6	346	490	600	692	775	846
5	316	448	548	633	705	775
4	282	400	490	564	633	692
3	245	346	423	490	548	600
2	200	282	346	400	448	490
1	141	200	245	282	316	346
0	1	2	3	4	5	6

Các giá trị sản lượng q theo L và K

Trục hoành chỉ số lượng công nhân

$L = 1, 2, 3, \dots$

Trục tung chỉ các đơn vị máy móc

$K = 1, 2, 3, \dots$

Con số ở điểm (L, K) chỉ mức sản lượng được tạo bởi L và K tương ứng đó. Sản lượng q này là sản lượng tối đa ứng với trình độ kỹ thuật, tay nghề của công nhân vào một thời điểm nhất định.

Ta thử nêu vài giá trị của q theo L và K .

$$L = 1, K = 1 \Rightarrow q = 141$$

$$L = 1, K = 2 \Rightarrow q = 200$$

$$L = 1, K = 3 \Rightarrow q = 245$$

$$L = 1, K = 4 \Rightarrow q = 282$$

$$L = 1, K = 5 \Rightarrow q = 316$$

$$L = 1, K = 6 \Rightarrow q = 346$$

L không đổi, K tăng 1, q tăng 59

L không đổi, K tăng 1, q tăng 45

L không đổi, K tăng 1, q tăng 37

L không đổi, K tăng 1, q tăng 34

L không đổi, K tăng 1, q tăng 30

Quan sát bảng hàm số sản xuất $q = 100 \sqrt{2LK}$, ta thấy:

Quan sát 1: cố định L và cho K thay đổi

Chẳng hạn lấy L cố định bằng 1 ($L = 1$) và cho K các giá trị liên tiếp 1, 2, 3, 4, 5, 6 ta thấy các kết quả sau:

Khi tăng máy móc từ 1 lên 2 thì sản phẩm biên tế $MP(K)$ là $200 - 141 = 59$.

Khi tăng máy móc từ 2 lên 3 thì sản phẩm biên tế $MP(K)$ là $245 - 200 = 45$.

Khi tăng máy móc từ 3 lên 4 thì sản phẩm biên tế $MP(K)$ là $282 - 245 = 37$.

Tương tự khi tăng máy móc từ 4 lên 5 và từ 5 lên 6 thì ta có sản phẩm biên tế $MP(K)$ lần lượt là 34, 30.

Dãy số giảm các sản phẩm biên tế $MP(K)$: 59, 45, 37, 34, 30 cho thấy khi số lượng công nhân không thay đổi, nếu càng tăng số máy móc (cùng chủng loại để vận hành) thì sản phẩm biên tế ngày càng giảm.

Quan sát 2: cố định K và cho L thay đổi

Chẳng hạn cho K cố định bằng 1 ($K = 1$) và lần lượt tăng L ($1 \rightarrow 2, 2 \rightarrow 3, 3 \rightarrow 4, 4 \rightarrow 5, 5 \rightarrow 6$), ta cũng có nhận xét tương tự (như ở quan sát 1) là $MP(L)$ ngày càng giảm.

Về ý nghĩa kinh tế, hai quan sát 1 và 2 cho ta thấy rằng nếu cố định một đầu vào và tăng liên tục đầu vào còn lại thì sản phẩm biên tế ở đầu ra ngày càng giảm. Nói một cách khác, khi tăng các đầu vào không đồng bộ, ta không có hiệu quả kinh tế đối với đầu ra.

Quan sát 3: đường đẳng lượng E_p chi phí sản xuất thấp nhất

Nhìn vào bảng giá trị của hàm số sản xuất, ta thấy có nhiều cách khác nhau để sản xuất ra một sản lượng giống nhau.

Chẳng hạn với sản lượng $q = 346$, thì có những cách kết hợp các nhân tố xuất đầu vào như sau:

$$L = 1, K = 6$$

$$L = 2, K = 3$$

$$L = 3, K = 2$$

$$L = 6, K = 1$$

$$\Rightarrow q = 346$$

Nếu giả sử rằng, doanh nghiệp có khả năng sắp xếp và điều tiết số lượng lao động và máy móc ở trên, thì vấn đề đặt ra ở đây là doanh nghiệp sẽ chọn cách kết hợp nào, trong tất cả các cách được nêu trên?

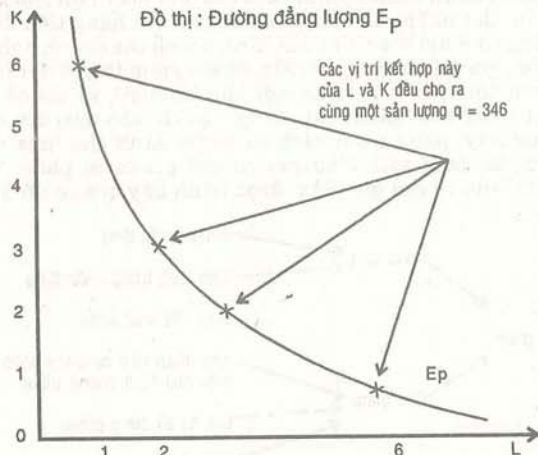
Câu trả lời đơn giản và hợp lý nhất là cách kết hợp nào (phương án nào) gây ra chi phí ít nhất trong các cách

vừa nêu, sẽ được doanh nghiệp chọn lựa.

Nếu gọi $P(L)$ là đơn giá của một lao động
 $P(K)$ là tổng chi phí (bao gồm nguyên
 liệu, nhiên liệu, khấu hao máy móc...)
 để một máy K sản xuất được.

Thì trong tất cả các phương án sản xuất ra cùng sản
 lượng q , doanh nghiệp sẽ chọn phương án nào sao cho
 $L.P(L) + K.P(K)$ đạt giá trị bé nhất.

Để có một cái nhìn cụ thể, vẽ các khả năng sản xuất
 ra cùng một lượng sản phẩm đối với 2 đầu vào L và K , ta
 có thể biểu diễn trên hệ trục OLK đường cong nối liền các
 điểm này gọi là đường đẳng lượng, ký hiệu E_p .



Các vị trí kết hợp này của L và K đều cho ra cùng
 một sản lượng $q = 346$

Về mặt kinh tế, đường đẳng lượng, cho ta những khả
 năng chọn lựa các phương án sản xuất khác nhau. Khi có
 thể thay đổi số lượng máy móc và công nhân một cách
 tùy ý, thì bao giờ doanh nghiệp cũng có thể chọn được
 phương án sản xuất ra sản lượng q với một chi phí thấp
 nhất.

Còn trong trường hợp khi có một nhân tố sản xuất
 đầu vào thay đổi, doanh nghiệp có thể thay đổi đầu vào
 còn lại, sao cho sản lượng q không thay đổi.

Quan sát 4: đường đẳng phí E_c

Khi biết $P(K)$ và $P(L)$ thì bao giờ doanh nghiệp cũng
 có thể tính được, tổng chi phí sản xuất tại một điểm $(L,$
 $K)$ tùy ý.

Thật vậy tổng chi phí TC cho bởi

$$TC = L.P(L) + K.P(K)$$

Ngược lại khi cố định TC và biết trước $P(L), P(K)$ bao
 giờ doanh nghiệp cũng có thể biểu diễn K theo L bằng
 một đường biểu diễn mà ta gọi là E_c (và đặt tên là đường
 đẳng phí).

Ta có

$$TC = L.P(L) + K.P(K)$$

$$\Rightarrow K = -\frac{P(L)}{P(K)} \cdot L + \frac{TC}{P(K)}$$

Như vậy đường biểu diễn K theo L là một đường thẳng

D có hệ số góc là $-\frac{P(L)}{P(K)}$ và đi qua hai điểm $(0, \frac{TC}{P(K)})$ và

$$(\frac{TC}{P(L)}, 0)$$

Mọi điểm (L, K) nằm trên D đều thỏa:

$$L.P(L) + K.P(K) = TC = \text{hằng số}$$

Ta gọi D là đường đẳng phí, ký hiệu E_c .

Khi cho TC các giá trị khác nhau, ta có vô số các
 đường đẳng phí D, những đường D này song song với nhau,
 có cùng hệ số góc $-\frac{P(L)}{P(K)}$

Trong hệ trục (OLK) ta thử vẽ 3 đường “đẳng phí”
 phân biệt E_{c1}, E_{c2}, E_{c3} (ứng với 3 tổng chi phí khác nhau
 TC_1, TC_2, TC_3 sao cho $TC_1 < TC_2 < TC_3$)

Vẽ 1 đường vuông góc từ 0 đến 3 đường này và cắt
 chúng lần lượt ở H, K, L.

Ký hiệu khoảng cách từ 0 đến E_{c1} là $d(0, E_{c1})$ thì $d(0,$
 $E_{c1}) = \overline{OH}$

Tương tự có:

$$\begin{cases} d(0, E_{c2}) = \overline{OK} \\ d(0, E_{c3}) = \overline{OL} \end{cases}$$

$$\overline{OH} < \overline{OK} < \overline{OL}$$

Ta chứng minh:

Thật vậy với $P(L), P(K)$ biết trước thì phương trình
 của E_{c1}, E_{c2}, E_{c3} lần lượt là

$$P(L).L + P(K).K = TC_1$$

$$P(L).L + P(K).K = TC_2$$

$$P(L).L + P(K).K = TC_3$$

Ta có:

$$\overline{OH} = d(0, E_{c1}) = \frac{|P(L).0 + P(K).0 - TC_1|}{\sqrt{[P(L)]^2 + [P(K)]^2}} = \frac{TC_1}{S}$$

$$\text{Với } S = \sqrt{[P(L)]^2 + [P(K)]^2}$$

Tương tự như vậy

$$d(0, E_{c2}) = \frac{TC_2}{S}$$

$$d(0, E_{c3}) = \frac{TC_3}{S}$$

Nhưng $TC_1 < TC_2 < TC_3$ và S là hằng số

Nên suy ra $d(0, E_{c1}) < d(0, E_{c2}) < d(0, E_{c3})$

$$\Rightarrow \overline{OH} < \overline{OK} < \overline{OL}$$

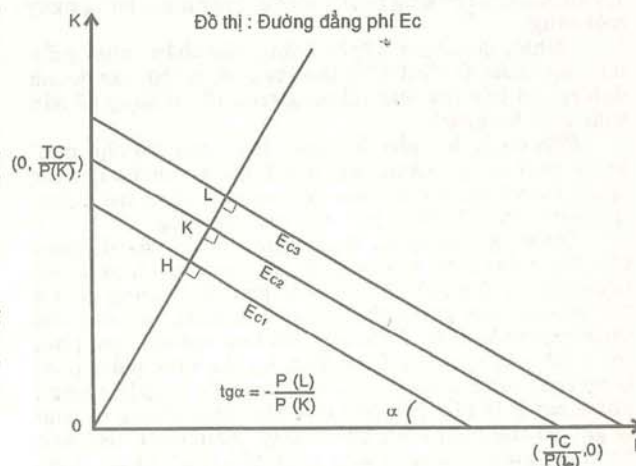
Nói một cách khác ta có một kết quả có ý nghĩa kinh
 tế đối với đường đẳng phí như sau: khi biết trước $P(L)$ và
 $P(K)$ thì khoảng cách từ 0 đến đường đẳng phí $P(L).L +$
 $P(K).K = TC$ càng lớn nếu TC càng tăng.

Chú ý: Khi TC thay đổi các đường chi phí bằng nhau
 có phương trình

$$P(L).L + P(K).K = TC$$

Luôn luôn song song với nhau

Những điểm nằm trên 1 đường đẳng phí, chỉ ra rằng
 mọi khả năng kết hợp (L, K) trên đường này, đều gây ra
 cùng một chi phí sản xuất. Từ đó, nảy sinh vấn đề tìm
 trên đường này, điểm (L, K) nào cho sản lượng q cao nhất?



Từ những quan sát và kết luận nêu trên, chúng ta sẽ
 xét sự tương giao của E_p và E_c đồng thời dùng phương
 pháp nhân tử Lagrange để “tìm chi phí thấp nhất để sản
 xuất ra một sản lượng q định trước”