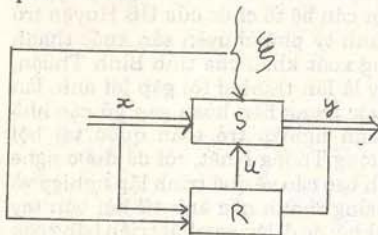


ỨNG DỤNG LÝ THUYẾT ĐIỀU KHIỂN TỐI ƯU TRONG KINH TẾ

BÙI PHÚC TRUNG
ĐHKT

1. Xuất phát từ yêu cầu giải các bài toán trong lý thuyết điều khiển và ngày nay được ứng dụng để giải quyết các bài toán trong lĩnh vực kinh tế.

Dựa vào sơ đồ điều khiển tổng quát như sau:



Trong đó:

S: Đối tượng điều khiển được hiểu như là xí nghiệp, ngành kinh tế, nền kinh tế.

R: Chủ thể điều khiển

X: Cái vào

Y: Cái ra

→ Kênh liên lạc

Σ Nhiều

Do đối tượng chúng ta điều khiển đều là những đối tượng phức tạp và nhiều tác động một cách ngẫu nhiên nên cần phải có tác động điều khiển U. Một đối tượng có thể có nhiều quỹ đạo phát triển vì vậy chúng ta phải hạn chế độ đa dạng của đối tượng điều khiển để loại bỏ những quỹ đạo phát triển mà chúng ta không mong muốn.

2. Xét một bài toán về điều khiển tối ưu như sau:

Trạng thái của mỗi đối tượng bị điều khiển ở mỗi thời điểm được cho bằng n số: $x_1, x_2, \dots, x_n$. Sự chuyển động của đối tượng chính là sự thay đổi trạng thái theo thời gian. Muốn biết quỹ đạo của chu kỳ chuyển động ta cần phải biết vectơ: $x(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]$. Thể hiện qui luật thay đổi theo thời gian.

Nhưng trạng thái của chuyển động phụ thuộc vào k thông số điều khiển $u_1, u_2, \dots, u_k$ có thể chọn trong một phạm vi nào đó gọi là miền điều khiển

U. Sự biến thiên của $x_1, x_2, \dots, x_n$ không phụ thuộc vào ý muốn của ta, nhưng có thể tác động vào chuyển động của đối tượng bằng cách chọn các hàm số điều khiển $u_1(t), u_2(t), \dots, u_k(t)$ theo ý muốn.

Quy luật chuyển động của đối tượng

không chỉ phụ thuộc vào vị trí ban đầu của nó mà cả vào thời gian và cả phụ thuộc vào tác động điều khiển: $U(t) = [u_1(t), u_2(t), \dots, u_k(t)]$.

Nếu biết tác động điều khiển $u(t)$ với vị trí ban đầu $x' = [x_1(t_0), x_2(t_0), \dots, x_n(t_0)]$ với thời gian $t_0 \leq t \leq t_1$ thì có thể tính được quỹ đạo.

$$x(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]$$

Nguyên lý cực đại Pontriaghin là điều kiện cần của tối ưu. Nhờ nguyên lý này người ta tìm được quỹ đạo tối ưu của bài toán.

3. Ứng dụng lý thuyết điều khiển tối ưu vào mô hình tăng trưởng kinh tế

Trạng thái của nền kinh tế được mô tả như sau:

$$Y = f(K, L)$$

Trong đó: Y: Thu nhập quốc dân

K: Vốn

L: Lao động

I: Đầu tư

hàm này phụ thuộc vào thời gian.

$$a. \frac{dK}{dt} = I - K: \text{có nghĩa là một}$$

phần khối lượng đầu tư dùng để tăng vốn K một lượng dK/dt , phần khác dùng để bù đắp hao mòn vốn, với là hệ số hao mòn vốn.

Ký hiệu: C - Tiêu dùng

S - Tỷ trọng tích lũy

Khi đó ta có hàm tiêu dùng

$$C = Y - I$$

$$= Y - sY = (1 - s)Y.$$

Có nghĩa là một phần thu nhập quốc dân dùng để đầu tư, phần còn lại là để cho tiêu dùng C. Khi đó s gọi là thông số điều khiển.

$$b. \frac{dL}{dt} = nL: \text{với } n \text{ là mức độ thu}$$

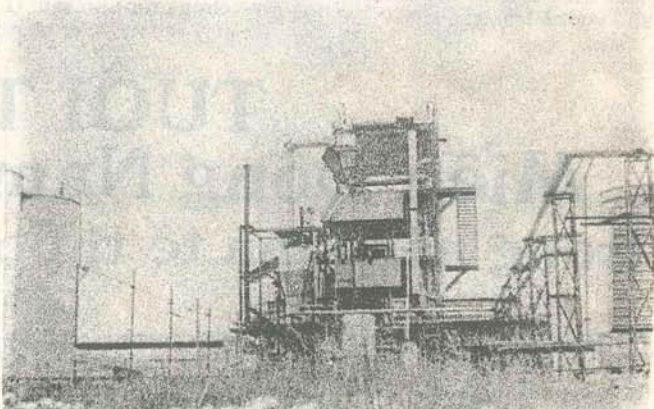
hút lao động.

Nếu xem xét các mối quan hệ trên cho một người lao động thì ta có:

$$c. y = \frac{Y}{L}: \text{là thu nhập bình quân}$$

tính cho lao động

$$d. k = \frac{K}{L}: \text{là mức trang bị vốn}$$



tính cho lao động

$$\text{Nếu gọi } Y = f(K, L) = F(K)$$

Khi đó mức tiêu dùng bình quân đầu người là:

$$c = \frac{C}{L} = (1 - s) \cdot F(K)$$

và tổng tiêu dùng bình quân đầu người cho toàn bộ kỳ $[0, T]$ có xét sự khác biệt về hiệu quả theo thời gian nhờ hệ số qui đổi e^{-bt} là

$$\int_0^T (1-s) F(K) \cdot e^{-bt} dt$$

Nhờ các phép biến đổi toán học đưa các điều kiện ràng buộc và dạng:

$$k' = sF(K) - (n + \mu)K \quad s \in [0, 1]$$

$$k(0) = k_0$$

$$k(T) \geq k_T$$

Đến đây ta có bài toán điều khiển tối ưu với tọa độ là K và thông số điều khiển là s.

Mục tiêu là làm cho hàm số tích phân về tiêu dùng đạt giá trị cực đại với các điều kiện ràng buộc đã cho. Sử dụng nguyên lý cực đại trong lý thuyết điều khiển tối ưu, ta có thể tìm được lời giải của bài toán, từ đó xác định chiến lược tích lũy tối ưu trong đường lối phát triển kinh tế.