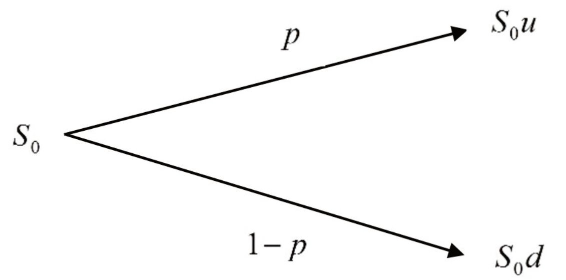
ỨNG DỤNG MÔ HÌNH CÂY NHỊ PHÂN ĐỂ ĐỊNH GIÁ QUYỀN CHỌN VÀ HỢP ĐỒNG GIAO SAU

TS. BÙI PHÚC TRUNG*

Thị trường chứng khoán phái sinh (TTCKPS) VN dự định sẽ ra đời cuối năm 2014 (theo UBCKNN); vì vậy, ngay từ bây giờ phải nghiên cứu các phương pháp luận cũng như công cụ để định giá CKPS là rất quan trọng. Kỹ thuật rất phổ biến để định giá quyền chọn chứng khoán là kỹ thuật xây dựng cấu trúc cây nhị phân. Đây là đồ thị biểu diễn các hướng phát triển khác nhau có thể có của giá chứng khoán trong suốt thời kỳ tồn tại của quyền chọn. Bài viết này giới thiệu mô hình cây nhị phân và một số nguyên lý tài chính quan trọng để định giá quyền chọn và hợp đồng giao sau.

1. Dạng toán học của mô hình cây nhị phân

Chúng ta đã biết các cây nhị phân một bước và hai bước đối với chứng khoán không trả cổ tức để định giá các quyền chọn kiểu châu Âu và kiểu Mỹ. Tuy nhiên, các cây nhị phân này là những mô hình ít phù hợp với thực tế. Mô hình thực tế hơn là mô hình mà giả định rằng những biến động giá chứng khoán được chia thành nhiều biến động nhị phân nhỏ. Đây là giả định cơ sở của thủ tục số học rất quen thuộc, được đề xuất đầu tiên bởi Cox, Ross, và Rubinstein.



Hình 1. Các biến động giá chứng khoán trong thời gian δt theo mô hình nhị phân

Xem xét cách định giá một quyền chọn trên chứng khoán không trả cổ tức. Chúng ta chia thời kỳ tồn tại của quyền chọn thành nhiều khoảng thời gian nhỏ có độ dài là δt. Chúng ta giả định rằng trong mỗi khoảng thời gian thì giá chứng khoán dịch chuyển từ giá trị ban đầu S_0 của nó đến một trong hai giá trị mới là S_0u và S_0d. Mô hình này được minh họa trong Hình 1. Tổng quát, $u>1$ và $d<1$. Do đó, biến động từ S_0 đến S_0u là một biến động tăng, và biến động từ S_0 đến S_0d là một biến động giảm. Xác suất của một biến động tăng sẽ được ký hiệu là p. Xác suất của một biến động giảm sẽ được ký hiệu là 1-p.

1.1 Lý luận về nguyên tắc định giá rủi ro trung hòa cơ bản

Nguyên tắc định giá rủi ro trung hòa phát biểu rằng: Một quyền chọn (hoặc phái sinh khác) có thể được định giá dựa trên giả định rằng môi trường có rủi ro trung hòa. Điều này có nghĩa là, khi tính toán thì chúng ta có thể giả định như sau:

- Lãi suất kỳ vọng từ tất cả các chứng khoán được giao dịch là lãi suất phi rủi ro.

- Các dòng tiền mặt trong tương lai có thể được định giá bằng cách chiết khấu các giá trị kỳ vọng của chúng tại mức lãi suất phi rủi ro.

Chúng ta tận dụng kết quả này khi sử dụng các cây nhị phân. Cây nhị phân mà chúng ta xây dựng cho một chứng khoán không trả cổ tức sẽ thể hiện những biến động giá chứng khoán trong một môi trường rủi ro trung hòa.

1.2 Cách xác định p, u, và d

Các tham số p, u, và d phải có các giá trị phù hợp với trung bình và phương sai của những thay

* Trường Đại học Kinh tế TP.HCM

đổi giá chứng khoán trong suốt khoảng thời gian có độ dài δt. Bởi vì chúng ta đang làm việc trong môi trường rủi ro trung hòa, cho nên lãi suất kỳ vọng từ chứng khoán sẽ bằng lãi suất phi rủi ro r. Vì thế, giá trị kỳ vọng của giá chứng khoán tại thời điểm kết thúc khoảng thời gian δt là $Se^{r\delta t}$, trong đó S là giá chứng khoán tại thời điểm bắt đầu khoảng thời gian này. Từ biểu thức :

$$Se^{r\delta t} = pSu + (1 - p)Sd \quad (1)$$

hay

$$e^{r\delta t} = pu + (1 - p)d \quad (2)$$

Trong quá trình ngẫu nhiên, thì phương sai của phần trăm thay đổi giá chứng khoán trong một khoảng thời gian nhỏ δt là $\sigma^2\delta t$. Bởi vì phương sai của một biến Q được định nghĩa là $E(Q^2)-[E(Q)]^2$, cho nên suy ra:

$$pu^2 + (1-p)d^2 - [pu + (1-p)d]^2 = \sigma^2\delta t$$

Thay thế p từ phương trình (2) vào để rút gọn phương trình này, chúng ta được:

$$e^{r\delta t}(u+d) - ud - e^{2r\delta t} = \sigma^2\delta t \quad (3)$$

Phương trình (2) và (3) áp đặt 2 điều kiện lên p, u, và d. Điều kiện thứ 3 được Cox, Ross, và Rubinstein đưa ra là:

$$u = \frac{1}{d}$$

Ba điều kiện này đưa đến:

$$p = \frac{a - d}{u - d} \quad (4)$$

$$u = e^{\sigma\sqrt{\delta t}} \quad (5)$$

$$d = e^{-\sigma\sqrt{\delta t}} \quad (6)$$

trong đó

$$a = e^{r\delta t} \quad (7)$$

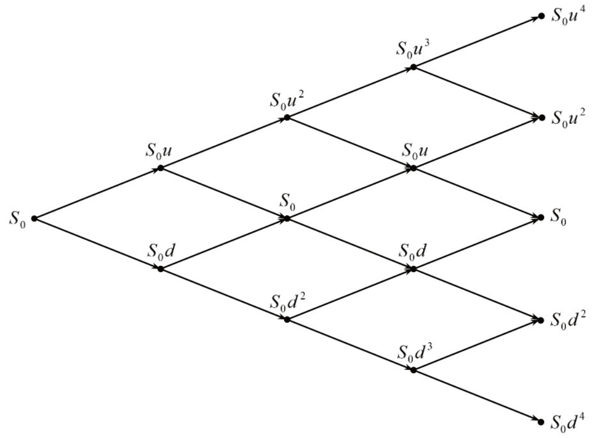
và các số hạng có bậc cao hơn δt được bỏ qua. Biến a đôi khi được xem là hệ số phát triển.

1.3 Mô hình cây nhị phân gồm các mức giá chứng khoán

Hình 2 minh họa cây nhị phân hoàn chỉnh gồm các mức giá chứng khoán được xét đến khi sử dụng mô hình nhị phân. Tại thời điểm 0, giá chứng khoán S_0 được biết trước. Tại thời điểm δt, có 2 mức giá chứng khoán có thể là S_0u và S_0d; tại thời điểm 2δt, có 3 mức giá chứng khoán có thể là S_0u^2, S_0, và S_0d^2; v.v.. Tổng quát, tại thời điểm iδt, có i+1 mức giá chứng khoán được xem xét. Những mức giá này là:

$$S_0u^jd^{i-j},\ j=0, 1,..., i$$

Chú ý rằng mối quan hệ u=1/d được sử dụng để tính giá chứng khoán tại mỗi nút của cây nhị phân ở Hình 2. Ví dụ như $S_0u^2d = S_0u$. Chú ý rằng cây nhị phân sẽ kết hợp lại có nghĩa là một biến động giảm theo sau một biến động tăng sẽ đi đến cùng một mức giá như khi một biến động tăng theo sau một biến động giảm.



Hình 2. Cây nhị phân được sử dụng để định giá một quyền chọn chứng khoán

1.4 Quá trình tính ngược trên cây nhị phân

Các quyền chọn được định giá bằng cách bắt đầu tại thời điểm kết thúc của cây (thời điểm T) và tính ngược lên. Giá trị của quyền chọn tại thời điểm T được biết trước. Ví dụ, một quyền chọn bán có giá trị bằng max(K - S_T, 0) và một quyền chọn mua có giá trị bằng max(S_T - K, 0), trong đó S_T là giá chứng khoán tại thời điểm T và K là giá thực hiện. Bởi vì giả định rằng môi trường có rủi ro trung hòa, cho nên giá trị ở mỗi nút tại thời điểm T - δt có thể được tính bằng với giá trị kỳ vọng tại thời điểm T được chiết khấu tại mức lãi suất r trong khoảng thời gian δt. Tương tự, giá trị ở mỗi nút tại thời điểm T - 2δt có thể được tính bằng với giá trị kỳ vọng tại thời điểm T - δt được chiết khấu tại mức lãi suất r trong khoảng thời gian δt v.v.. Nếu quyền chọn này theo kiểu Mỹ, thì cần phải kiểm tra tại mỗi nút để xem xét liệu việc thực hiện sớm quyền chọn có tốt hơn việc giữ quyền chọn thêm một khoảng thời gian δt nữa hay không. Cuối cùng, sau khi tính ngược qua tất cả các nút, thì chúng ta có thể tìm được giá trị của quyền chọn này tại thời điểm 0.

Ví dụ 1: Xét một quyền chọn bán 5 tháng kiểu Mỹ trên một chứng khoán không trả cổ tức khi giá chứng khoán hiện tại là 50 USD, giá thực hiện là 50 USD, lãi suất phi rủi ro là 10%/năm, và độ bấp bênh là 40%/năm. Theo ký hiệu thông thường của chúng ta, thì điều này có nghĩa là $S_0 = 50$, $K = 50$, $r = 0.10$, $\sigma = 0.40$ và $T = 0.4167$. Giả sử rằng chúng ta chia thời kỳ tồn tại của quyền chọn thành 5 khoảng thời gian có độ dài 1 tháng (= 0.0833 năm) để xây dựng cây nhị phân. Sau đó, và sử dụng phương trình (4) đến (7), thì:

$$u = e^{\sigma\sqrt{\delta t}} = 1.1224, \quad d = e^{-\sigma\sqrt{\delta t}} = 0.8909$$

$$a = e^{r\delta t} = 1.0084, \quad p = \frac{a-d}{u-d} = 0.5073$$

$$1 - p = 0.4927$$

Hình 3 thể hiện cây nhị phân được xây dựng bởi phần mềm DerivaGem. Tại mỗi nút đều có hai con số. Số bên trên là giá chứng khoán; số bên dưới là giá trị của quyền chọn. Xác suất của một biến động tăng luôn bằng 0.5073; xác suất của một biến động giảm luôn bằng 0.4927.

Giá chứng khoán tại nút thứ j (j=0, 1,..., i) tại thời điểm $i\delta t$ (i=0, 1,..., 5) được tính là $S_0u^jd^{i-j}$. Ví dụ, giá chứng khoán tại nút A (i=4, j=1) (nghĩa là nút thứ 2 ở trên tại thời điểm kết thúc khoảng thời gian thứ 4) là $50 \times 1.1224 \times 0.8909^3 = 39.69$ USD.

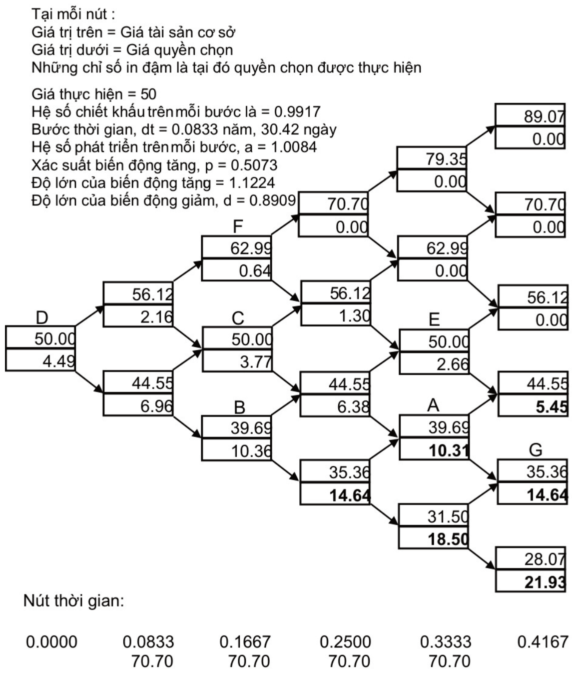
Các mức giá quyền chọn tại các nút cuối cùng được tính là $\max(K - S_T, 0)$. Ví dụ, giá quyền chọn tại nút G là 50.00 - 35.36 = 14.64. Giá quyền chọn tại nút kế cuối được tính từ giá quyền chọn tại nút cuối cùng. Trước tiên, chúng ta giả định quyền chọn không được thực hiện tại các nút. Điều này có nghĩa là giá quyền chọn được tính bằng giá trị hiện hành của giá quyền chọn kỳ vọng sau một bước thời gian. Ví dụ, tại nút E, giá quyền chọn được tính là:

$$(0.5073 \times 0 + 0.4927 \times 5.45)e^{-0.10\times0.0833} = 2.66$$

Trong khi tại nút A, giá quyền chọn được tính là :

$$(0.5073 \times 5.45 + 0.4927 \times 14.64)e^{-0.10\times0.0833} = 9.90$$

Sau đó, chúng ta kiểm tra xem việc thực hiện quyền chọn thì có lợi hơn việc chờ đợi hay không. Tại nút E, việc thực hiện sớm quyền chọn sẽ cho giá trị quyền chọn bằng 0, bởi vì cả giá chứng khoán và giá thực hiện đều bằng 50 USD. Rõ ràng, tốt nhất là chúng ta nên chờ đợi. Vì thế, giá quyền chọn chính xác của quyền chọn tại nút E bằng 2.66 USD. Tại nút A thì khác hẳn. Nếu quyền chọn được thực hiện, nó sẽ có giá là 50.00USD - 39.69USD, hay 10.31 USD. Giá trị này thì lớn hơn 9.90 USD. Do đó, nếu tiến đến điểm A, thì quyền chọn sẽ được thực hiện và giá trị chính xác của quyền chọn tại nút A là 10.31 USD.



Hình 3. Cây nhị phân được xây dựng từ phần mềm DerivaGem cho quyền chọn bán kiểu Mỹ trên chứng khoán không trả cổ tức (Ví dụ 1)

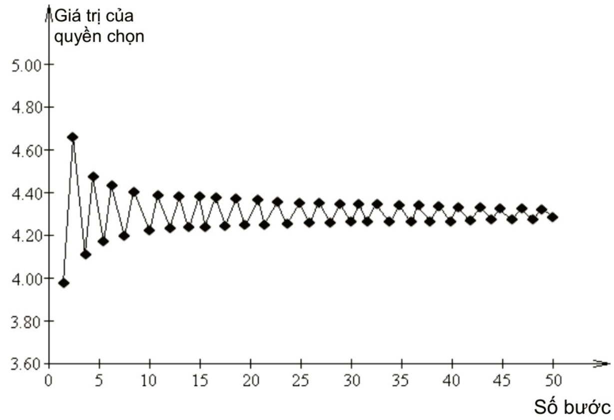
Giá quyền chọn tại các nút trước được tính tương tự. Chú ý rằng không phải lúc nào việc thực hiện sớm một quyền chọn cũng tốt nhất khi quyền chọn đó đang ở trong vùng hái ra tiền. Hãy xem xét nút B. Nếu quyền chọn được thực hiện, thì nó có giá trị là 50.00USD - 39.69USD, hay 10.31 USD. Tuy nhiên, nếu giữ lại quyền chọn này, thì nó có giá trị là:

$$(0.5073 \times 6.73 + 0.4927 \times 14.64)e^{-0.10\times0.0833} = 10.36$$

Vì thế, quyền chọn không nên được thực hiện tại điểm này, và giá trị quyền chọn chính xác tại nút này là 10.36 USD.

Khi tính ngược trở lại đầu cây, thì giá trị quyền chọn tại nút đầu tiên là 4.49 USD. Đây là con số ước lượng của chúng ta cho giá trị hiện hành của quyền chọn. Trong thực tế, một giá trị nhỏ hơn , và nhiều nút hơn sẽ được sử dụng. Phần mềm DerivaGem đã tính được rằng qua 30, 50, 100 và 500 bước thời gian, giá trị quyền chọn sẽ bằng tương ứng là 4.263, 4.272, 4.278, và 4.283.

1.5 Biểu diễn phương pháp cây nhị phân theo đại số



Hình 4. Sự hội tụ của giá quyền chọn trong Ví dụ 1 được tính từ các hàm số trong Application Builder của DerivaGem

Giả sử rằng thời kỳ tồn tại của một quyền chọn bán kiểu Mỹ trên một chứng khoán không trả cổ tức được chia thành N khoảng thời gian nhỏ có độ dài δt. Chúng ta sẽ xem nút thứ j tại thời điểm $i\delta t$ là nút (i, j), trong đó $0 \le i \le N$ và $0 \le j \le i$. Định nghĩa $f_{i,j}$ là giá trị của quyền chọn tại nút (i, j). Giá chứng khoán tại nút (i, j) là $S_0u^jd^{i-j}$. Bởi vì giá trị của một quyền chọn bán kiểu Mỹ tại thời điểm đáo hạn bằng $\max(K - S_T, 0)$, cho nên chúng ta biết rằng:

$$f_{N,j} = \max(K - S_0u^jd^{N-j}, 0), \quad j=0, 1,..., N$$

Có xác suất p để dịch chuyển từ nút (i, j) tại thời điểm $i\delta t$ đến nút (i+1, j+1) tại thời điểm $(i+1)\delta t$, và xác suất 1-p để dịch chuyển từ nút (i, j) tại thời điểm $i\delta t$ đến nút (i+1, j) tại thời điểm $(i+1)\delta t$. Nếu chúng ta giả định không thực hiện sớm quyền chọn, thì nguyên tắc định giá rủi ro trung hòa sẽ cho:

$$f_{i,j} = e^{-r\delta t}[pf_{i+1,j+1} + (1-p)f_{i+1,j}]$$

với $0 \le i \le N-1$ và $0 \le j \le i$.

Khi có thực hiện sớm quyền chọn, thì giá trị $f_{i,j}$ này phải được so sánh với giá trị thực chất của quyền chọn, và chúng ta được:

$$f_{i,j} = \max\{K - S_0u^jd^{i-j}, e^{-r\delta t}[pf_{i+1,j+1} + (1-p)f_{i+1,j}]\}$$

Chú ý rằng, bởi vì các kết quả tính toán bắt đầu tại thời điểm T và tính ngược lại, cho nên giá trị tại thời điểm $i\delta t$ không chỉ ảnh hưởng đến những khả năng thực hiện sớm quyền chọn tại thời điểm $i\delta t$ mà còn ảnh hưởng đến việc thực hiện sớm quyền chọn tại những thời điểm tiếp theo.

Với giới hạn khi δt tiến đến 0, thì chúng ta sẽ tìm được giá trị chính xác của quyền chọn bán kiểu Mỹ. Trong thực tế, N=30 thường đem lại những kết quả hợp lý. Hình 4 cho thấy sự hội tụ của giá quyền chọn trong ví dụ chúng ta đang xét. Đồ thị này được tính toán bằng cách sử dụng các hàm của phần mềm DerivaGem.

1.6 Ước lượng Delta và các tham số dự phòng khác

Delta của một quyền chọn là tỷ lệ giữa thay đổi giá quyền chọn theo thay đổi giá của tài sản cơ sở. Nó có thể được ước lượng như sau:

$$\Delta = \frac{\delta f}{\delta S}$$

trong đó δS là lượng thay đổi nhỏ của giá chứng khoán và δf là lượng thay đổi nhỏ tương ứng của giá quyền chọn. Tại thời điểm δt, chúng ta có ước lượng f_{11} của giá quyền chọn khi giá chứng khoán là S_0u, và ước lượng f_{10} của giá quyền chọn khi giá chứng khoán là S_0d. Điều này có nghĩa là, khi $\delta S = S_0u - S_0d$, thì giá trị của δf là $f_{11} - f_{10}$. Vì thế, ước lượng của Δ tại thời điểm δt là:

$$\Delta = \frac{f_{11} - f_{10}}{S_0u - S_0d} \tag{8}$$

Để xác định Γ chú ý rằng chúng ta có hai ước lượng của Δ tại thời điểm $2\delta t$. Khi $S=½(S_0u^2 + S_0)$ (nằm giữa nút thứ 2 và thứ 3), thì Δ là $(f_{22} - f_{21})/(S_0u^2 + S_0)$; khi $S=½(S_0 + S_0d^2)$ (nằm giữa nút thứ 1 và thứ 2), thì Δ là $(f_{21} - f_{20})/(S_0 + S_0d^2)$. Chênh lệch giữa hai giá trị của S là h, trong đó:

$$h = 0.5(S_0u^2 - S_0d^2)$$

Γ tính được bằng Δ chia cho h:

$$\Gamma = \frac{\lfloor (f_{22} - f_{21})/(S_0u^2 - S_0) \rfloor - \lfloor (f_{21} - f_{20})/(S_0 - S_0d^2) \rfloor}{h} \tag{9}$$

Những thủ tục này đem lại những ước lượng của Δ tại thời điểm δt và ước lượng của Γ tại thời điểm $2\delta t$. Trong thực tế, các ước lượng này cũng thường được sử dụng dưới dạng các ước lượng của Δ và Γ tại thời điểm 0.

Một tham số bảo hộ khác mà có thể tìm trực tiếp từ cây là Θ. Đây là tỷ lệ giữa thay đổi giá quyền chọn theo thời gian khi tất cả các yếu tố khác là không đổi. Nếu cây bắt đầu tại thời điểm 0, thì ước lượng của Θ là:

$$\Theta = \frac{f_{21} - f_{00}}{2\delta t} \tag{10}$$

ν có thể được tính bằng cách làm cho độ bấp bênh thay đổi nhỏ và xây dựng một cây mới để tìm ra giá trị mới của quyền chọn. (Với cùng bước thời gian là δt.) Ước lượng của ν là:

$$\nu = \frac{f^{*} - f}{\delta\sigma}$$

trong đó f và f^* lần lượt là các ước lượng của giá quyền chọn từ cây ban đầu và cây mới. Rho có thể được tính tương tự.

Ví dụ 2: Xét lại Ví dụ1. Từ Hình3, $f_{1,0}$ = 6.96 và $f_{1,1}$ = 2.16. Phương trình (8) cho ước lượng của Δ bằng:

$$\frac{2.16 - 6.96}{56.12 - 44.55} = -0.41$$

Từ phương trình (9), chúng ta có thể tìm được ước lượng về Γ của quyền chọn từ các giá trị tại các nút B, C, và F bằng:

$$\frac{[(0.64 - 3.77)/(62.99 - 50.00)] - [(3.77 - 10.36)/(50.00 - 39.69)]}{11.65} = 0.03 = -0.41$$

Từ phương trình (10), chúng ta có thể tìm được ước lượng về Θ của quyền chọn từ các giá trị tại các nút D, và C bằng:

$$\frac{3.77 - 4.49}{0.1667} = -4.3 \text{ mỗi năm}$$

hay bằng –0.012 mỗi ngày. Đương nhiên, đây chỉ là những ước lượng sơ bộ. Chúng sẽ dần dần chính xác hơn khi chúng ta tăng số bước thời gian trên cây. Sử dụng 50 bước thời gian, thì DerivaGem tính được các ước lượng của Δ, Γ, và Θ lần lượt là -0.415, 0.034, và –0.0117.

2. Ứng dụng mô hình cây nhị phân cho các quyền chọn trên chỉ số, tiền tệ, và hợp đồng giao sau

Như đã trình bày, phương pháp cây nhị phân để định giá các quyền chọn trên chứng khoán không trả cổ tức có thể được sửa đổi để định giá các quyền chọn mua và bán kiểu Mỹ trên chứng khoán trả hoa lợi cổ tức là q.

Bởi vì các cổ tức mang lại mức lợi suất là q, cho nên thông thường giá chứng khoán trong môi trường rủi ro trung hòa phải mang lại mức lợi suất là r - q. Vì vậy, phương trình (1) trở thành:

$Se^{(r-q)\delta t} = pSu + (1 - p)Sd$

sao cho:

$e^{(r-q)\delta t} = pu + (1 - p)d$

Phương trình (3) trở thành:

$e^{(r-q)\delta t}(u + d) - ud - e^{2(r-q)\delta t} = \sigma^2\delta t$

Chúng ta thấy rằng, phương trình (4), (5), và (6) vẫn đúng (khi các số hạng có bậc cao hơn δt được bỏ qua) nhưng với:

$$a = e^{(r-q)\delta t} \tag{11}$$

Vì thế, theo cách hiểu này của q, thì thủ tục số học bằng cây nhị phân có thể được dùng giống như trước ngoại trừ các giá trị cũ của a được thay thế bằng các giá trị mới như trên.

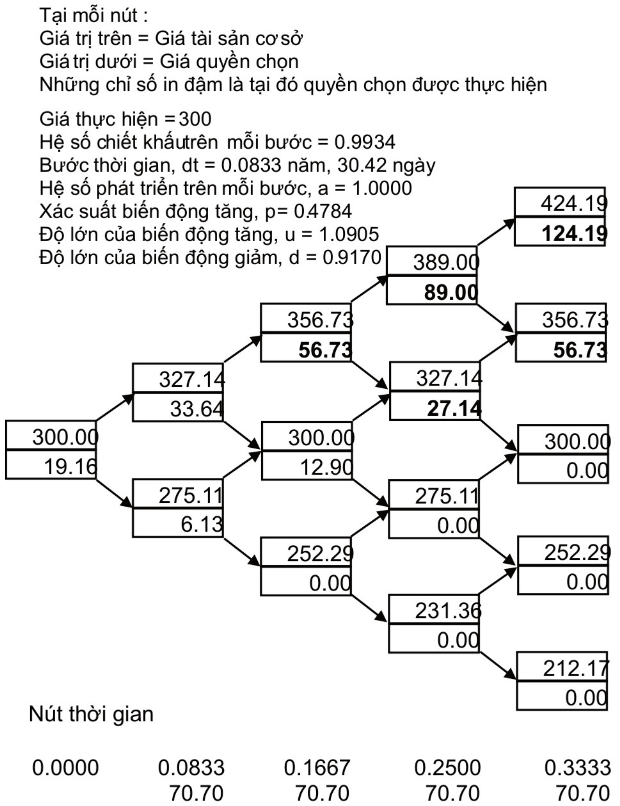
Khi định giá quyền chọn, thì chỉ số chứng khoán, tiền tệ, và hợp đồng giao sau có thể được xem như là các tài sản tạo ra hoa lợi biết trước. Trong trường hợp của chỉ số chứng khoán, mức hoa lợi thích hợp là mức hoa lợi cổ tức dựa trên danh mục đầu tư chứng khoán cơ sở của chỉ số đó; trong trường hợp của tiền tệ, thì hoa lợi thích hợp là lãi suất phi rủi ro của đồng ngoại tệ; trong trường hợp của hợp đồng giao sau, hoa lợi thích hợp là lãi suất phi rủi ro của đồng nội tệ. Vì thế, phương pháp cây nhị phân có thể được sử dụng để định giá các quyền chọn trên chỉ số chứng khoán, tiền tệ, và hợp đồng giao sau, với điều kiện là q trong phương trình (11) được hiểu theo một cách thích hợp.

Ví dụ 3: Xét một quyền chọn mua 4 tháng kiểu Mỹ trên hợp đồng giao sau về chỉ số, trong đó giá giao sau hiện hành là 300, giá thực hiện là 300, lãi suất phi rủi ro là 8%/năm, và độ bấp bênh của chỉ số là 30%/năm. Khi xây dựng cây nhị phân, chúng ta chia thời kỳ tồn tại của quyền chọn thành 4 khoảng thời gian có độ dài 1 tháng. Trong trường hợp này, F_0 = 300, K = 300, r = 0.08, σ = 0.3, T = 0.3333 và δt=0.0833. Vì một hợp đồng giao sau thì tương tự như một chứng khoán trả cổ tức tại mức lãi suất r, cho nên trong phương trình (11), q sẽ được cho bằng với r. Phương trình này cho kết quả là . các tham số cần thiết khác để xây dựng cây là:

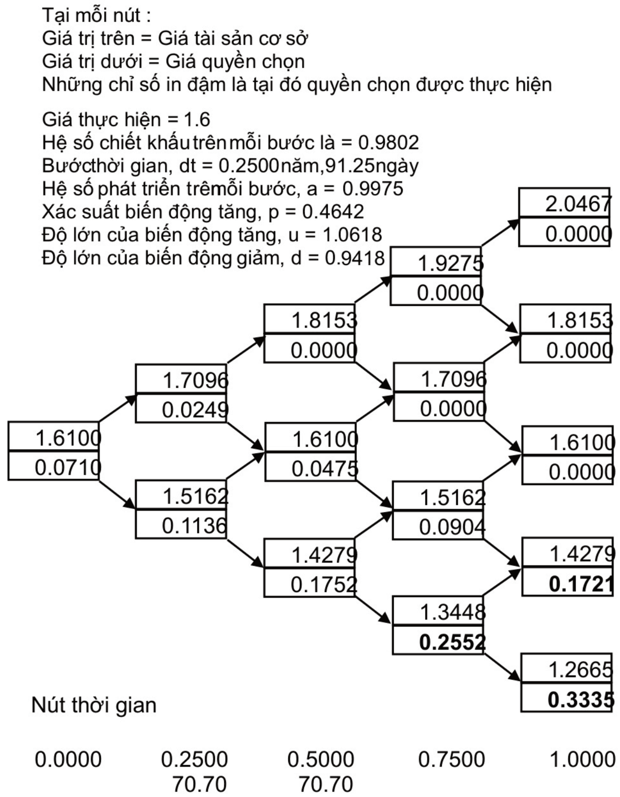
$$u = e^{\sigma\sqrt{\delta t}} = 1.0905, \quad d = \frac{1}{u} = 0.9170$$

$$p = \frac{a - d}{u - d} = 0.4784, \quad 1 - p = 0.5216$$

Cây tạo ra từ phần mềm DerivaGem được trình bày trong Hình 5 (Số bên trên là giá giao



Hình 5. Cây nhị phân được xây dựng từ DerivaGem cho quyền chọn mua kiểu Mỹ trên hợp đồng giao sau về chỉ số



Hình 6 . Cây nhị phân được xây dựng từ DerivaGem cho quyền chọn bán kiểu Mỹ trên tiền tệ

sau; số bên dưới là giá quyền chọn.) Giá trị ước lượng của quyền chọn là 19.16. Càng thực hiện nhiều bước thì kết quả đạt được càng chính xác. Với 50 bước thời gian, DerivaGem tính được giá trị quyền chọn là 20.18; với 100 bước thời gian, DerivaGem tính được giá trị quyền chọn là 20.22.

Ví dụ 4: Xét một quyền chọn bán 1 năm kiểu Mỹ trên đồng bảng Anh. Tỷ giá hối đoái hiện hành là 1.6100, giá thực hiện là 1.6000, lãi suất phi rủi ro của đồng USD là 8%/năm, lãi suất phi rủi ro của đồng GBP là 9%/năm, và độ bấp bênh của tỷ giá hối đoái đồng bảng là 12%/năm. Trong trường hợp này, $S_0 = 1.61$, $K = 1.60$, $r = 0.08$, $r_f = 0.09$, $\sigma = 0.12$, và $T = 1.0$. Khi xây dựng cây nhị phân, chúng ta chia thời kỳ tồn tại của quyền chọn thành 4 khoảng thời gian có độ dài 3 tháng, sao cho $\delta t = 0.25$. Trong trường hợp này, $q = r_f$ và phương trình (11) cho kết quả như sau:

$$a = e^{(0.08-0.09)x0.25} = 0.9975$$

Các tham số cần thiết khác để xây dựng cây là:

$$u = e^{\sigma\sqrt{\delta t}} = 1.0618,\ \ d = \frac{1}{u} = 0.9418$$

$$p = \frac{a-d}{u-d} = 0.4642,\ \ 1-p = 0.5358$$

Cây tạo ra từ phần mềm DerivaGem được trình bày trong Hình 6. (Số bên trên là tỷ giá hối đoái; số bên dưới là giá quyền chọn.) Giá trị ước lượng của quyền chọn là 0.0710 USD. (Sử dụng 50 bước thời gian, DerivaGem tính được giá trị quyền chọn là 0.0738; với 100 bước thời gian, DerivaGem cũng tính được là 0.0738)

3. Kết luận

Bài viết đã cung cấp một cái nhìn khái quát về định giá quyền chọn và hợp đồng giao sau. Khi những biến động giá chứng khoán bị chi phối bởi mô hình cây nhị phân nhiều bước, chúng ta có thể xem xét riêng biệt từng bước nhị phân và tính ngược từ cuối thời kỳ tồn tại trở về điểm ban đầu để tìm giá trị hiện tại của quyền chọn. Một lần nữa chỉ có lý luận về môi trường không có cơ hội cơ lợi được sử dụng, và không cần có giả định về xác suất tăng hoặc giảm giá chứng khoán tại mỗi nút của cây nhị phân.

Các cây nhị phân được giả định rằng trong khoảng thời gian nhỏ, δt, thì giá chứng khoán hoặc tăng lên theo một tỷ lệ phần trăm u hoặc giảm xuống theo một tỷ lệ phần trăm d. Độ lớn của u và d và các xác suất kết hợp của chúng được chọn sao cho thay đổi của giá chứng khoán có trung bình và độ lệch chuẩn phù hợp trong môi trường rủi ro trung hòa. Giá phái sinh được bắt đầu tính tại nút cuối cùng của cây và tính ngược trở lại. Đối với quyền chọn kiểu Mỹ, giá trị tại một nút là một giá trị lớn hơn với giá trị có được nếu quyền chọn được thực hiện ngay lập tức và bằng giá trị chiết khấu kỳ vọng nếu quyền chọn được giữ trong khoảng thời gian δt■

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Cox, J., S. Ross, và M. Rubinstein (1979), "Option Pricing: A Simplified Approach", *Journal of Financial Economics*, 7.

2. Rendlemam, R., và B. Bartter (1979), "Two State Option Pricing", *Journal of Finance*, 34.

3. Chance (1998), D. M., *An Introduction to Derivatives*, phiên bản thứ 4, Dryden Press, Orlando, FL.

4. Cox, J. C., và M. Rubinstein (1985), *Option Markets*, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ.

5. Kolb, R. (1999), *Futures, Options, and Swaps*, phiên bản thứ 3, Blackwell, Oxford.

6. McMillan (1992), L. G., *Options as a Strategic Investment*, New York Institute of Finance, New York.

7. John C, Hull. (2007), *Options, Futures and Others Derivatives.*

8. Black, Fisher and Myron Sholes (2003), *The Pricing of Options and Corporate Finance*, MeGraw – Hill, 7rd Edition.

9. Salih N.Neftci (1996), *Mathematics of Financial Derivatives*.